Fiche 8 : Equations de droites et de cercles

Ce qu'il faut savoir

On appelle équation cartésienne de droite toute équation de la forme ax + by + c = 0
Un vecteur directeur de cette droite est donné par ses coordonnées (-b ;a)
Un vecteur normal de cette droite est donné par ses coordonnées (a ;b)
On peut aussi écrire l'équation sous forme réduite : y = mx + p
Si on cherche une équation de la droite (AB) , deux méthodes :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \text{ puis on trouve } p$$

$$M \in (AB) \text{ si } \overrightarrow{AM} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ colinéaires}$$

Une équation cartésienne du cercle de centre A et de rayon R est :$(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = R^2$

Exercices d'applications directes

Exercice 1

Déterminer une équation de la droite (AB) :

1) A(5 ;7) et B(9 ;4)
2) A(3 ;8) et B(3 ;12)
3) A(7 ;9) et (AB) parallèle à d : y = 5x + 7

Exercice 2

Déterminer une équation de la droite (AB)

1) (AB) perpendiculaire à d : 2x + 8y – 5 = 0 et A(2 ;1)
2) (AB) est la médiatrice de [CD] avec C(7 ;8) et D(3 ;-6)

Exercice 3

1) Déterminer une équation du cercle de centre A(8 ;12) passant par B(4 ;0)
2) Déterminer une équation du cercle de diamètre [AB] avec A(-4 ;2) et B(0 ;8)

Approfondissement

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Soit C le cercle de centre O et de rayon 1 .

$$A\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \ ; \ P(-1; 0)$$

H est le projeté orthogonal de A sur (OP) . Le cercle C' est le cercle de centre P passant par H . La parallèle à (OA) passant par P coupe C' en B et B' , B étant placé sur le même côté que A par rapport à (OP)

1) Emettre une conjecture sur la droite (AB)
2) Vérifier que A et P appartiennent à C
3) Déterminer une équation de la droite d parallèle à (OA) passant par P
4) Donner les coordonnées de H puis une équation de C'
5) En déduire les coordonnées de B
6) Démontrer la conjecture émise sur la droite (AB)

Algorithmique

Ecrire un algorithme qui demande les coefficients des équations cartésiennes de deux droites et qui affiche si elles sont perpendiculaires ou non .

Question ouverte

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$. Le cercle C a pour centre O et pour rayon 2 . On considère le point A(0 ;-2) , un point M de C et son projeté orthogonal H sur l'axe des abscisses . Soit P le point d'intersection , s'il existe , des droites (OM) et (AH) . Déterminer le lieu de P quand M décrit le cercle C . (Autrement dit , à quel objet mathématique , cercle , droite , … , P appartient-il quand M « bouge » sur C ?)