Fiche 6 : Trigonométrie

Ce qu'il faut savoir

$\cos(a+b)=\cos a\cos b-\sin a\sin b$
$\cos(a-b)=\cos a\cos b+\sin a\sin b$
$\sin(a+b)=\sin a\cos b+\sin b\cos a$
$\sin(a-b)=\sin a\cos b-\sin b\cos a$

$\cos(2a)=2\cos^2 a-1=1-2\sin^2 a=\cos^2 a-\sin^2 a$
$\sin(2a)=2\cos a\sin a$
$\cos^2 x+\sin^2 x=1$
$-1\leq\cos x\leq 1$
$-1\leq\sin x\leq 1$

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
Cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	- 1
Sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0

$\cos(-x)=\cos x$ et $\sin(-x)=-\sin x$ $\quad$ $sin(\pi-x)=sinx\ et\ cos(\pi-x)=-cosx$

$\sin(\pi+x)=-\sin x$ et $\cos(\pi+x)=-\cos x$

Pour les schémas explicatifs , voir « bases de première » dans Terminale S exercices facultatifs .

Exercices d'applications directes

Exercice 1

Convertir en radians : 45 °, 60° , 30° , 120° , 90°

Exercice 2

Placer sur un cercle trigonométrique les points ayant pour angle au centre :

$$A:\frac{\pi}{3}\ ;\ B:-\frac{\pi}{6}\ ;\ C:\frac{2\pi}{3};\ D:-\frac{11\pi}{6}$$

Placer sur un deuxième cercle trigonométrique les points ayant pour angle au centre :

$$E:\frac{\pi}{4}\ ;\ F:-\frac{7\pi}{2}\ ;\ G:-\frac{5\pi}{4}$$

Exercice 3

Compléter :

$$cos\left(\frac{\pi}{6}\right)=\cdots\ ;\ sin\left(\frac{\pi}{4}\right)=\cdots\ ;\ cos\left(\frac{\pi}{3}\right)=\cdots$$

En déduire en s'aidant d'un cercle trigonométrique :

$$cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)=\cdots\ ;\ sin\left(\frac{3\pi}{4}\right)=\cdots\ ;\ cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)=\cdots$$

Exercice 4

Résoudre les équations trigonométriques suivantes :

1) $cosx=\frac{1}{2}$

2) $sinx=-\frac{1}{2}$

3) $cosx=-\frac{\sqrt{2}}{2}$

4) $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice 5

Trouver x dans les cas suivants :

1) $cosx = \frac{1}{2}$ et $sinx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

2) $cosx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ et $sinx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

3) $cosx = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $sinx = \frac{1}{2}$

4) $cosx = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $sinx = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Approfondissement

Exercice 1

On donne :

$$cos\frac{2\pi}{5} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

1) Déterminer en utilisant les formules de duplication :
$$cos\frac{\pi}{5}$$
2) Développer $\left(1+\sqrt{5}\right)^2$ puis en déduire la valeur exacte de
$$cos\frac{\pi}{5}$$
3) Déterminer
$$sin\frac{\pi}{5}$$
4) En déduire
$$cos\frac{4\pi}{5}$$

Exercice 2

On va résoudre par trois méthodes différentes l'équation :

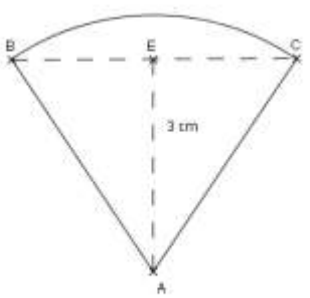
$$cos\ x + sinx = \sqrt{2}\ avec\ x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$$

1) Quelle est la solution évidente ?
2) Première méthode : Diviser chaque membre par $\sqrt{2}$ puis résoudre .
3) Deuxième méthode : Poser X = cos x et Y = sin x et ajouter une deuxième équation entre X et Y
4) Troisième méthode : Développer (cos x + sin x)² et montrer que l'équation à résoudre équivaut à résoudre sin(2x) = 1

Algorithmique

Ecrire un algorithme qui donne une valeur approchée de $cos\left(\frac{\pi}{2^n}\right)$ pour n entier naturel non nul

Question ouverte



The shape of a badge is a sector ABC of a circle with centre A and radius AB , as shown in the diagram . The triangle ABC is equilateral and has perpendicular height 3 cm . Find the perimeter of the badge .