Fiche 2 : Dérivées

Ce qu'il faut savoir

Fonctions	**Dérivées**
Réel a	0
x	1
u^n	$n\,u'u^{n-1}$
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$
$\frac{1}{u^n}$	$-\frac{nu'}{u^{n+1}}$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$
Cos u	- u' sin u
Sin u	u' Cos u
Tan u	u' (1 + tan² u)
u + v	u' + v'
uv	u'v + uv'
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v-uv'}{v^2}$
f (u(x))	u'(x)f '(u(x))

L''équation de la tangente à la courbe de f au point A d'abscisse a est donnée par :

$$y' = f'(a)(x-a)+f(a)$$

Exercices d'applications directes

Exercice 1

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x) = 5x^2$
2) $f(x) = -\frac{2}{x}$
3) $f(x) = 7\sqrt{x}$
4) $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$
5) $f(x) = 5x - 3 + \frac{2}{x}$
6) $f(x) = x - 3x^2$
7) $f(x) = 2x - 11 + \sqrt{x}$
8) $f(x) = (2x+3)(3x-7)$
9) $f(x) = (x+1)\sqrt{x}$
10) $f(x) = (x^2 - x)(x+2)$
11) $f(x) = (5x-4)\left(1-\frac{x}{2}\right)$
12) $f(x) = x^2\left(1+\sqrt{x}\right)$

Exercice 2

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1) $f(x) = \left(\frac{1}{x}+2\right)\left(\sqrt{x}+1\right)$
2) $f(x) = (3x+5)^2$
3) $f(x) = \left(x+\sqrt{x}\right)^2$
4) $f(x) = (5x+3)^3$
5) $f(x) = \left(1+\frac{1}{x}\right)^3$
6) $f(x) = \left(2+\sqrt{x}\right)^4$
7) $f(x) = (-3x+x^6)^2$
8) $f(x) = \left(0{,}5-\frac{x}{10}\right)^2$
9) $f(x) = (x^2-3x+1)^4$
10) $f(x) = (x+1)^6$
11) $f(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^6$
12) $f(x) = 3x^7 + 6x^4 - 5x^2 + x$

Fiche 2 : Dérivées

Approfondissement

1) Tracer la courbe C de la fonction f définie sur ℝ par : $f(x) = -x^2 + 4x + 3$
2) Calculer f '(x)
3) Soient A et B deux points de C d'abscisses respectives 0 et 3 .
   a. Déterminer f '(0) et f '(3)
   b. Interpréter graphiquement ces deux résultats
   c. Donner une équation des tangentes à C en A et B
   d. Déterminer leur point d'intersection D
   e. Vérifier que D et le milieu de [AB] ont même abscisse
4) A et B sont maintenant deux points de C d'abscisses respectives a et b , réels distincts .
   a. Démontrer que la tangente en A à C a pour équation :
   $y = (-2a + 4)x + a^2 + 3$
   b. Déterminer en fonction de a et de b les coordonnées du point d'intersection des tangentes à C en A et B . La propriété observée dans la question 3 est-elle encore vraie ?

Algorithmique

Write an algorithm to find the equation of the tangents to $y = x^2 + x$ that pass through (1 ;2) .

Question ouverte

Soient a , b et c réels et soit la fonction f définie par :

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$$

Déterminer a , b et c pour que la courbe de f passe par A(3 ;2) , admette en ce point une tangente horizontale et possède au point d'abscisse 2 une tangente parallèle à la droite d'équation y = 3x + 2