★★ *Variations d'une fonction* ★★

1 Dérivée et variations

Propriété.

- La fonction f dérivable est croissante sur un intervalle I si et seulement si pour tout x de I , $f'(x) \geq 0$.
- La fonction f dérivable est décroissante sur un intervalle I si et seulement si pour tout x de I , $f'(x) \leq 0$.

Exemple.

Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 + 5$. Alors $f'(x) = 3x^2 \geq 0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$

2 Nombre dérivé et extremum

Définition.

Soit f une fonction définie sur un intervalle I .

- On dit que f admet un maximum local a s'il existe un intervalle I' inclus dans I tel que pour tout x de I' , $f(x) \leq f(a)$
- On dit que f admet un minimum local a s'il existe un intervalle I' inclus dans I tel que pour tout x de I' , $f(x) \geq f(a)$

Exemple.

Soit le tableau de variations de la fonction f

x	-2		-1		3		6
$f(x)$	-2	$\nearrow$	5	$\searrow$	-27	$\nearrow$	54

La fonction f est définie sur [-2 ;6] . f admet un maximum en 6 qui vaut 54 mais sur [-2 ;3] , f admet un maximum local en -1 qui vaut 5

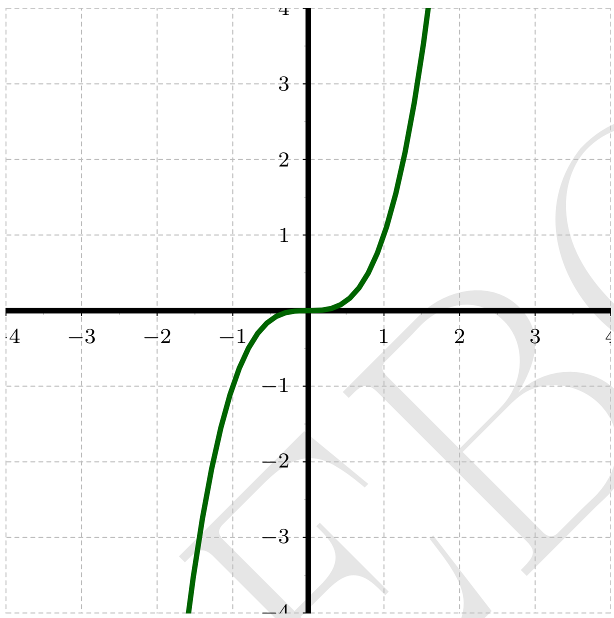
Propriété.

Si f fonction dérivable admet un extremum local en a alors $f'(a) = 0$

Attention

La réciproque est fausse . Si $f'(a) = 0$, la fonction f n'admet pas obligatoirement un extremum local.

Exemple. La fonction $f(x) = x^3$ n'admet pas d'extremum en 0 et pourtant $f'(0) = 0$



Propriété. La fonction dérivable f admet un extremum local en a si et seulement si f' s'annule en changeant de signe en a