A retenir

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0 . Alors , son terme général est donné par : $u_n = u_0 + nr$

Le principe

On utilise la définition de la suite arithmétique .
On fait une somme télescopique

La démonstration

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison r et de premier terme u_0
Alors , par définition , on a :
$u_n = u_{n-1} + r$
$u_{n-1} = u_{n-2} + r$
$u_{n-2} = u_{n-3} + r$
...
$u_2 = u_1 + r$
$u_1 = u_0 + r$
On ajoute membre à membre et on simplifie :
$u_n = u_0 + nr$

A retenir

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$$

Le principe

On écrit deux fois la somme et on regroupe les termes égaux

La démonstration

$S = 1 + 2 + 3 + ... + (n-2) + (n-1) + n$
$S = n + (n-1) + (n-2) + ...3 + 2 + 1$
On somme membre à membre :
$2S = (n+1) + (n-1+2) + (n-2+3) + ... + (3+n-2) + (2+n-1) + (1+n)$
$2S = (n+1) + (n+1) + (n+1) + ... + (n+1)$
$2S = n(n+1) \iff S = \dfrac{n(n+1)}{2}$

A retenir

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 . Alors , son terme général est donné par : $u_n = u_0 \times q^n$

Le principe

On utilise la définition d'une suite géométrique et on multiplie membre à membre

La démonstration

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0
Alors , par définition , on a :
$u_1 = qu_0$
$u_2 = qu_1$
$u_3 = qu_2$
...
$u_{n-1} = qu_{n-2}$
$u_n = qu_{n-1}$
On multiplie membre à membre et on simplifie :
$u_1u_2u_3...u_{n-1}u_n = q^nu_0u_1u_2u_3...u_{n-1}$
$u_n = q^nu_0$

A retenir

$S_n = \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ si $q \neq 1$

Le principe

On développe $(1+q+q^2+...+q^n)(1-q)$

La démonstration

$(1+q+q^2+...+q^n)(1-q) = 1+q+q^2+...+q^n - q - q^2 - q^3 - ... - q^n = 1 - q^n$