

1 Résolution équation et inéquation du second degré

1.1 Résolution équation du second degré

Définition.

Soit le polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$ avec a , b et c réels. On appelle discriminant, et on note Δ , le réel égal à $b^2 - 4ac$

Propriété.

Soit l'équation du second degré $ax^2 + bx + c = 0$ avec a réel non nul

- Si $\Delta < 0$, l'équation n'a pas de solution
- Si $\Delta = 0$, l'équation admet une unique solution $x_1 = -\frac{b}{2a}$
- Si $\Delta > 0$, l'équation admet deux solutions $x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

Exemple.

a) Résoudre : $x^2 - 4x + 4 = 0$

b) Résoudre : $2x^2 - 5x + 10 = 0$

c) Résoudre : $x^2 - 4x - 5 = 0$

1.2 Factorisation d'un polynôme du second degré

Propriété.

Soit le polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ avec a réel non nul

- Si $\Delta < 0$, f n'a pas de forme factorisée.
- Si $\Delta = 0$, f admet une racine x_0 et $f(x) = a(x - x_0)^2$
- Si $\Delta > 0$, f admet deux racines x_1 et x_2 et on a : $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Exemple.

Factoriser : $x^2 - 4x - 5$

1.3 Signe d'un polynôme du second degré

Propriété.

Soit le polynôme du second degré $f(x) = ax^2 + bx + c = 0$ avec a réel non nul

- Si $\Delta < 0$, f est du signe de a pour tout x .
- Si $\Delta = 0$, f est du signe de a pour tout x non égal à la racine de f .
- Si $\Delta > 0$, f est du signe de a à l'extérieur des racines.

Exemple.

Résoudre : $x^2 - 4x - 5 < 0$

2 Fonction second degré

2.1 Forme canonique

Vocabulaire.

Soit f une fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a réel non nul. On appelle forme canonique de f l'écriture $f(x) = a(x - m)^2 + n$ avec m et n des réels.

Exemple.

$$2x^2 - 24x - 8 = 2(x - 6)^2 - 80$$

2.2 Racines

Vocabulaire.

On appelle racines d'une fonction f , les solutions de l'équation $f(x) = 0$

Propriété.

Soit f la fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a réel non nul admettant deux racines réelles distinctes, x_1 et x_2 . Alors : $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ et $x_1x_2 = \frac{c}{a}$

Exemple. On donne la fonction f définie par : $f(x) = 2(x - 5)(x + 4)$

- a) Déterminer les racines de f
- b) Développer f
- c) Vérifier la propriété précédente

Propriété.

Soient x_1 et x_2 les racines d'une fonction du second degré. On note S leur somme et P leur produit. Alors x_1 et x_2 sont les solutions de l'équation : $x^2 - Sx + P = 0$

2.3 Parabole

Propriété.

La représentation graphique d'une fonction du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ est une parabole . cette parabole admet un sommet de coordonnées $\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$. De plus , cette parabole admet pour axe de symétrie la droite d'équation $x = -\frac{b}{2a}$

Exemple.

Soit la fonction f définie par $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$. Donner les coordonnées du sommet de la parabole de f et une équation de son axe de symétrie .

