1 Probabilités conditionnelles

1.1 Principes

Définition.
On appelle probabilité de B sachant A et on note $p_A(B)$ la probabilité que l'événement B soit réalisé sachant que l'événement A est déjà réalisé . On a : $p_A(B) = \dfrac{p(A \cap B)}{p(A)}$

Propriété.

- $0 \leq p_A(B) \leq 1$
- $p_A(B) + p_A(\overline{B}) = 1$
- $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$
- $p(A \cap B) = p(B) \times p_B(A)$

Exemple.
On choisit une personne au hasard parmi les clients d'un magasin . On note F " la personne est une femme" et A "la personne a effectué un achat ".

Traduire les phrases suivantes à l'aide de notations mathématiques :

72 % des clients ont effectué un achat

54 % des clients sont des femmes ayant effectué un achat

Parmi les hommes , 90 % ont effectué un achat

Exemple.
On a classé les jeux proposés par une plateforme dans le tableau suivant :

	Payants (P)	Gratuits ($\overline{P}$)	Total
Jeux d'action (A)	2000	2000	4000
autres jeux ($\overline{A}$)	3500	2500	6000
Total	5500	4500	10000

Déterminer la probabilité que le jeu choisi soit gratuit

Déterminer la probabilité que le jeu soit gratuit sachant que c'est un jeu d'action

Déterminer la probabilité que le jeu soit un jeu d'action sachant qu'il est gratuit

1.2 Arbres pondérés

Définition.
On appelle partition de l'univers un ensemble d'événements deux à deux incompatibles et dont la réunion est égale à l'univers .

Exemple.
On étudie les pièces fabriquées par une machine . On note B l'événement la pièce est en bon état . Alors B et $\overline{B}$ forment une partition de l'univers .

Propriété.
Soient A_1 , A_2 , ... , A_n des événements formant une partition de l'univers . Pour tout événement B , on a :
$p(B) = p(A_1 \cap B) + ... + p(A_n \cap B)$
Cette formule s'appelle formule des probabilités totales .

A retenir

Soient A et B deux événements . Dans un arbre :

- La probabilité d'un chemin s'obtient en multipliant les probabilités rencontrées le long de ce chemin . En particulier : $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$
- La probabilité d'un événement est obtenue en ajoutant les probabilités de tous les chemins menant à cet événement . En particulier : $p(B) = p(A \cap B) + p(\overline{A} \cap B)$

Exemple.
Une usine fabrique un composant électronique. Deux chaînes de fabrication sont utilisées.

La chaîne A produit 40 % des composants et la chaîne B produit le reste. Une partie des composants fabriqués présentent un défaut qui les empêche de fonctionner à la vitesse prévue par le constructeur. En sortie de chaîne A, 20 % des composants présentent ce défaut alors qu'en sortie de chaîne B, ils ne sont que 5 %. On choisit au hasard un composant fabriqué dans cette usine. On note : A l'évènement "le composant provient de la chaîne A " ; B l'évènement " le composant provient de la chaîne B " ; S l'évènement " le composant est sans défaut" ;

1. Faire un arbre de probabilités
2. Donner $p(A)$
3. Donner $p_A(S)$
4. Calculer $p(A \cap S)$
5. Calculer $p(S)$

2 Evénements indépendants

Définition.
Soient deux événements A et B alors , A et B sont indépendants si et seulement si $p_B(A) = p(A)$

Propriété.
A et B sont indépendants si et seulement si $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$

Exemple.
On tire une carte dans un paquet de 32 cartes . On note R "la carte est un roi" , P "la carte est un pique " . Les événements R et P sont ils indépendants ?

Exemple.
En France , environ 49 % des enfants sont des filles . On considère que les naissances sont des événements indépendants . Quelle est la probabilité qu'une fratrie de trois enfants soit composée uniquement de garçons ?