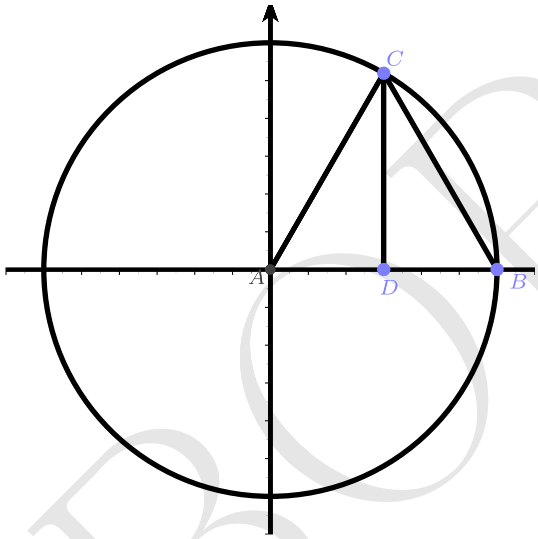
A retenir

$cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

Le principe

On utilise les propriétés géométriques d'un triangle rectangle .

La démonstration



Soit C le point du cercle trigonométrique associé à $\frac{\pi}{3}$. Alors , l'angle $\widehat{BAC} = 60\ ^\circ$. Puisque $AB = AC$ car on a des rayons , on peut dire que ABC est un triangle équilatéral . La hauteur issue de C est donc également médiatrice et donc D est le milieu de [AB]

$cos(\widehat{BAC}) = \frac{AD}{AC} = AD$ puisque le rayon du cercle trigonométrique est égal à 1 .

Remarque : on vient également de montrer que le cosinus de l'angle est bien l'abscisse de C .

Puisque D est le milieu de [AB] , on a $AD = \frac{1}{2}$

Conclusion : $cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

A retenir

$sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Le principe

On utilise la formule précédente et $cos^2 x + sin^2 x = 1$

La démonstration

$cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$

$cos^2\left(\frac{\pi}{3}\right) + sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\iff \left(\frac{1}{2}\right)^2 + sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\iff \frac{1}{4} + sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1$

$\iff sin^2\left(\frac{\pi}{3}\right) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

Donc $sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ car $sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \geq 0$

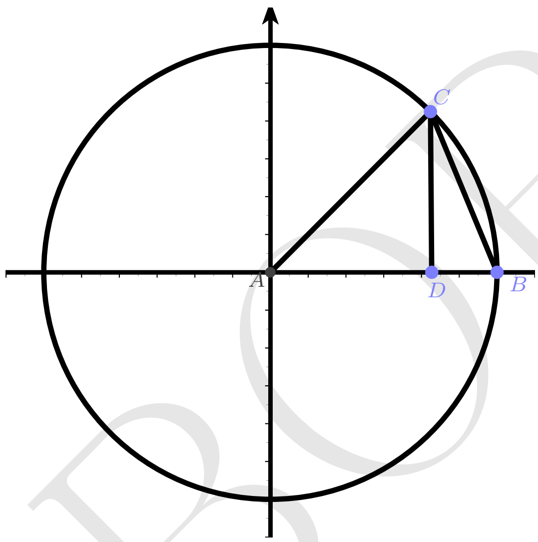
A retenir

$cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Le principe

On utilise les propriétés d'un triangle isocèle et la formule $cos^2x + sin^2x = 1$

La démonstration



Soit C le point du cercle trigonométrique associé à $\frac{\pi}{4}$. Alors , l'angle $\widehat{BAC} = 45\ ^\circ$.

Soit (CD) la hauteur issue de C . Alors , puisque la somme des angles dans le triangle ACD est égale à 180 $^\circ$, on a : $\widehat{ACD} = 45\ ^\circ$.

Le triangle ACD est donc isocèle en D . Et $AD = CD$. Par les définitions de sin x et cos x , alors :

$cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$

$cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) + sin^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\Longleftrightarrow\ 2cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$

$\Longleftrightarrow\ cos^2\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

Donc : $cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Conclusion : $cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$