DS 3 spécialité maths première 20 novembre 2025

L'USAGE DE LA CALCULATRICE N'EST PAS AUTORISE

Exercice 1 (3 points)
AUTOMATISMES QCM

Dans cet exercice , aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question . Pour chaque question , reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. *Question 1*

   $\sqrt{18} - 5\sqrt{2} + 7\sqrt{72} = 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 7 \times 6\sqrt{2} = 40\sqrt{2}$

2. *Question 2*

   $f(x) = 5x^2 - 4x + 8$. *A(x;5) appartient à la courbe de f .*

   $5x^2 - 4x + 8 = 5 \iff 5x^2 - 4x + 3 = 0$

   $\Delta = 16 - 60 < 0$ *donc aucune valeur possible*

3. *Question 3*

   Soient A(1;2) et B(-4;12) . Une équation de la droite (AB) est :

   $\overrightarrow{AB}(-5; 10)$ *et* $\overrightarrow{AM}(x - 1; y - 2)$

   Donc : $-5(y - 2) - 10(x - 1) = 0 \iff -10x - 5y + 20 = 0 \iff y = -2x + 4$

Exercice 2 (10 points)
Les deux parties sont indépendantes

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$
On appelle (C) sa courbe représentative dans un repère.

Partie A

1. *Déterminer les réels a , b et c tels que :* $f(x) = (x - 2)(ax^2 + bx + c)$

   $f(x) = (x - 2)(x^2 + x - 12)$

2. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   $x = 2$ *ou* $x^2 + x - 12 = 0$ *donc les solutions sont* $x = 2$, $x = -4$ *ou* $x = 3$

3. *Résoudre :* $f(x) < 0$

   On utilise un tableau de signes en n'oubliant pas $x-2$ *et on obtient* $x \in]-\infty; -4[\cup]2; 3[$

Partie B

1. *Déterminer la dérivée de f que l'on notera* $f'(x) = 3x^2 - 2x - 14$

2. *Déterminer le signe de $f'(x)$ en fonction de x*

   $f'(x) < 0$ *sur* $]\frac{1-\sqrt{43}}{3}; \frac{1+\sqrt{43}}{3}[$ *et* $f'(x) > 0$ *sur* $]-\infty; \frac{1-\sqrt{43}}{3}[\cup]\frac{1+\sqrt{43}}{3}; +\infty[$

3. *Déterminer l'équation de la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 0*

   $y = -14x + 24$

4. *Etudier la position relative de la courbe de f et de sa tangente*

   On étudie le signe de $g(x) = f(x) + 14x - 24 = x^2(x-1)$

   Donc la courbe de f est au dessus de sa tangente sur $]1; +\infty[$

Exercice 3 (7 points)
Soit la suite $()u_n)$ *définie par* $u_0 = \frac{1}{2}$ *et* $u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n + 1$

1. *Placer u_0 , u_1 , u_2 et u_3 sur l'axe des abscisses dans le graphique annexe en laissant apparents les traits de construction*

2. *Soit la suite (v_n) définie par* $v_n = u_n - \frac{5}{2}$

   (a) *Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme v_0*

   $v_{n+1} = u_{n+1} - \frac{5}{2} = \frac{3}{5}u_n + 1 - \frac{5}{2} = \frac{3}{5}(v_n + \frac{5}{2}) - \frac{3}{2} = \frac{3}{5}v_n$

   Donc la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{3}{5}$ et de premier terme $v_0 = -2$

   (b) *Exprimer v_n en fonction de n*

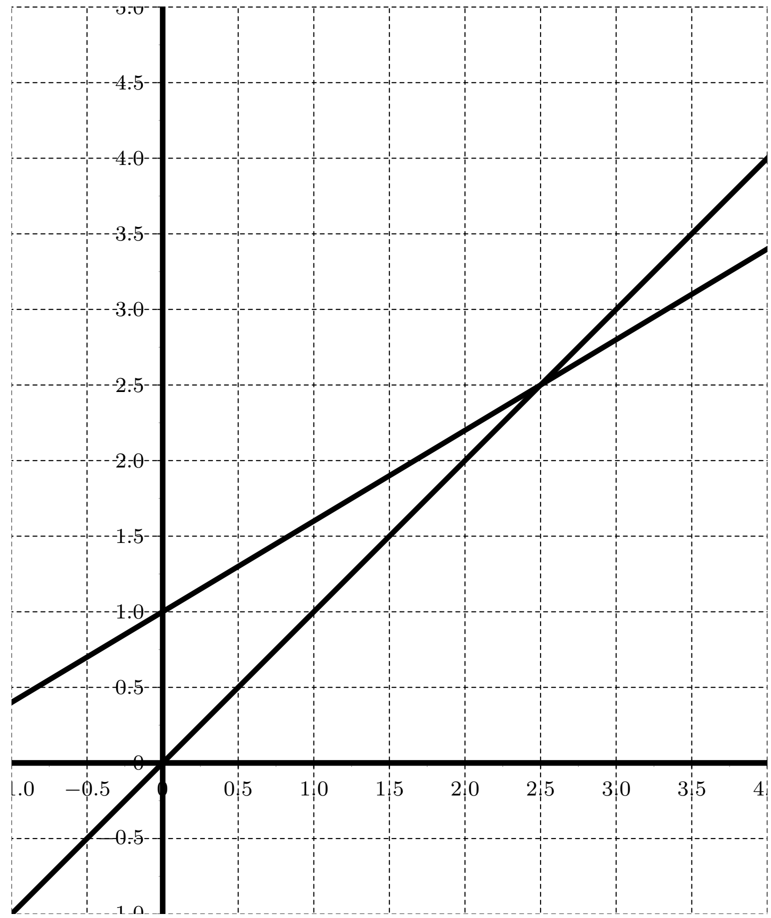
   $v_n = -2 \times (\frac{3}{5})^n$

   (c) *Exprimer u_n en fonction de n*

   $u_n = v_n + \frac{5}{2} = -2 \times (\frac{3}{5})^n + \frac{5}{2}$

   (d) *Conjecturer la limite de (u_n)*

   La limite est de $\frac{5}{2}$


5.0
4.5
4.0
3.5
3.0
2.5
2.0
1.5
1.0
0.5
0
−0.5
−1.0
−0.5
0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4