

Exercice 1 (10 points)

Une grande université, en pleine croissance d'effectifs, accueillait 27 500 étudiants en septembre 2016.

Le président de l'université est inquiet car il sait que, malgré une gestion optimale des locaux et une répartition des étudiants sur les divers sites de son université, il ne pourra pas accueillir plus de 33 000 étudiants.

Une étude statistique lui permet d'élaborer un modèle de prévisions selon lequel, chaque année :

- 150 étudiants démissionnent en cours d'année universitaire (entre le 1er septembre et le 30 juin) ;
- les effectifs constatés à la rentrée de septembre connaissent une augmentation de 4 % par rapport à ceux du mois de juin qui précède.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'étudiants estimé selon ce modèle à la rentrée de septembre 2016 + n , on a donc $u_0 = 27\,500$.

1. (a) Estimer le nombre d'étudiants en juin 2017.
(b) Estimer le nombre d'étudiants à la rentrée de septembre 2017.
2. Justifier que, pour tout entier naturel n , on a $u_{n+1} = 1,04u_n - 156$.
3. Recopier et compléter les lignes L5, L6, L7 et L9 de l'algorithme suivant afin qu'il donne l'année à partir de laquelle le nombre d'étudiants à accueillir dépassera la capacité maximale de l'établissement.

L1	Variables :	n est un nombre entier naturel
L2		U est un nombre réel
L3	Traitement :	n prend la valeur 0
L4		U prend la valeur 27 500
L5		Tant que $U \leq \dots$ faire
L6		n prend la valeur \dots
L7		U prend la valeur \dots
L8		Fin Tant que
L9	Sortie:	Afficher \dots

4. (a) On fait fonctionner cet algorithme pas à pas.

Recopier le tableau suivant et le compléter en ajoutant le nombre nécessaire de colonnes ; on arrondira les valeurs de U à l'unité.

	Initialisation	Étape 1	...
Valeur de n	0	...	
Valeur de U	27 500	...	

- (b) Donner la valeur affichée en sortie de cet algorithme.

5. On cherche à calculer explicitement le terme général u_n en fonction de n .

Pour cela, on note (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - 3900$.

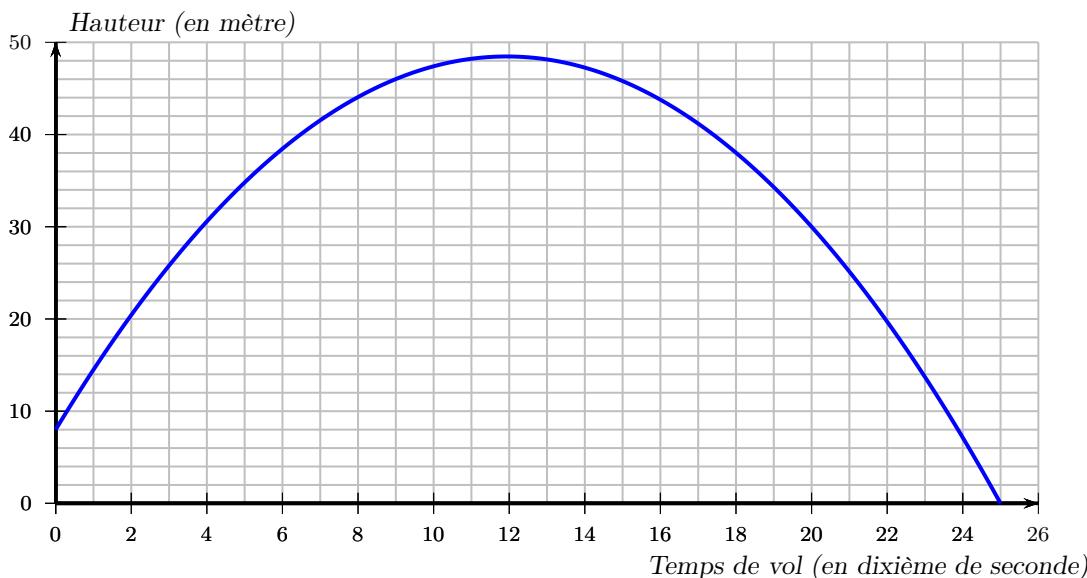
- Montrer que (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.
- En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 23\,600 \times 1,04^n + 3\,900$.
- Déterminer la limite de la suite (u_n) et en donner une interprétation dans le contexte de l'exercice.

Exercice 2 (10 points)

À l'occasion d'un festival pyrotechnique, un artificier se prépare à lancer des fusées à partir d'une plate-forme située à 8 mètres de hauteur. Il dispose de deux types de fusée, notés A et B.

Partie A

La hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type A en fonction de leur temps de vol x , en dixième de seconde, est modélisée par la courbe ci-dessous.



Répondre aux deux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.

- Quelle hauteur atteindra la fusée après 0,7 seconde de vol ?
- Pour des raisons de sécurité, la fusée doit exploser à une altitude supérieure à 40 mètres. Déterminer l'intervalle de temps auquel doit appartenir x pour satisfaire à cette contrainte.

Partie B

On modélise la hauteur, en mètre, atteinte par les fusées de type B en fonction de leur temps de vol x , en dixième de seconde, par la fonction f définie pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0 ; 20]$ par: $f(x) = -0,5x^2 + 10x + 8$.

Comme dans le cas des fusées de type A, l'explosion des fusées de type B doit avoir lieu lorsque celles-ci sont situées à une altitude supérieure ou égale à 40 mètres. On cherche à déterminer l'intervalle dans lequel doit se trouver x pour satisfaire à cette contrainte.

1. (a) Montrer que pour satisfaire à la contrainte posée, x doit être solution de l'inéquation $-0.5x^2 + 10x - 32 \geq 0$.
(b) Répondre au problème posé.
2. (a) Pour tout réel x de l'intervalle $[0 ; 20]$, calculer $f'(x)$, f' étant la fonction dérivée de f .
(b) L'artificier souhaite connaître le coefficient directeur de la tangente au point d'abscisse 0 de la courbe représentative de f .
Donner le coefficient directeur recherché.
3. Pour des raisons d'esthétique, l'artificier souhaite faire exploser ses fusées de type B lorsque celles-ci seront à leur hauteur maximale.
Quel temps de vol avant explosion doit-il alors programmer ?