Exercice 1 (5 points)
Soit la suite (u_n) *définie par* $u_0 = 4$ *et* $u_{n+1} = 3u_n - 12$ *. On pose* $v_n = u_n - 6$ *.*

1. *Montrer que* (v_n) *est une suite géométrique dont on donnera la raison et le premier terme .*
2. *Exprimer* v_n *en fonction de* n
3. *En déduire* u_n *en fonction de* n
4. *En déduire* u_{20}

Exercice 2 (8 points)
Partie A

Soit f *la fonction définie sur [0 ; 10] par*

$$f(x) = x + \mathrm{e}^{-x+1}.$$

1. *Déterminer la dérivée de la fonction* f *puis dresser son tableau de variation.*
2. *En déduire que la fonction* f *admet un minimum dont on précisera la valeur.*

Partie B

Une entreprise fabrique des objets. Sa capacité de production est limitée, compte tenu de l'outil de production utilisé, à mille objets par semaine.

Le coût de revient est modélisé par la fonction f *où* x *est le nombre d'objets fabriqués exprimé en centaines d'objets et* $f(x)$ *le coût de revient exprimé en milliers d'euros.*

1. *Quel nombre d'objets faut-il produire pour que le coût de revient soit minimum ?*
2. *Un objet fabriqué par cette entreprise est vendu 12 euros. On appelle marge brute pour* x *centaines d'objets, la différence entre le montant obtenu par la vente de ces objets et leur coût de revient.*
   (a) *Justifier que le montant obtenu par la vente de* x *centaines d'objets est* $1,2x$ *milliers d'euros.*
   (b) *Montrer que la marge brute pour* x *centaines d'objets, notée* $g(x)$*, en milliers d'euros, est donnée par :* $g(x) = 0,2x - \mathrm{e}^{-x+1}$.
   (c) *Montrer que la fonction* g *est strictement croissante sur l'intervalle [0 ; 10].*
   (d) *On admet que l'équation* $g(x) = 0$ *possède une unique solution* α *sur l'intervalle [0 ; 10]. Déterminer un encadrement de* α *d'amplitude* $0,01$.
   (e) *En déduire la quantité minimale d'objets à produire afin que cette entreprise réalise une marge brute positive sur la vente de ces objets*

Exercice 3 (7 points)

Soit ABCD un carré de côté 5 cm . On donne les points E , F et G tels que $\overrightarrow{DE} = 2\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$ *et* $\overrightarrow{DG} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DB}$

1. *Faire une figure*
2. *Développer et calculer* $(\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BG}) \cdot (\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CF})$
3. *En déduire que les droites (CG) et (EF) sont perpendiculaires .*
4. *On se place maintenant dans le repère* $(A; \overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD})$
   (a) *Donner par lecture graphique les coordonnées de C , G , E et F .*
   (b) *En déduire par le calcul que (CG) et (EF) sont perpendiculaires .*