DS 3 spécialité maths première 15 novembre 2021

Exercice 1 (10 points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = 2x^3 - 4x^2 - 10x + 12$

1. *Déterminer f'(x)*

   $f'(x) = 6x^2 - 8x - 10$

2. *Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0*

   $f'(0) = -10$

   $f(0) = 12$

   $y = -10x + 12$

3. *Etudier la position relative de la courbe de f par rapport à cette tangente*

   On pose : $g(x) = f(x) - (-10x + 12) = 2x^3 - 4x^2 = 2x^2(x - 2)$

   $x^2 \geq 0$ *donc g est du signe de* $x - 2$

   On a donc $g(x) > 0$ *sur* $]2; +\infty[$

   La courbe de f est donc au dessus de sa tangente sur $]2; +\infty[$ *et en dessous sur* $]-\infty; 2[$

4. *Déterminer a , b et c tels que* $f(x) = (x - 1)(ax + bx + c)$

   $f(x) = ax^3 + (b - a)x^2 + (c - b)x - c$

   Par identification , on a donc : $a = 2$, $b - a = -4$, $c - b = -10$ *et* $-c = 12$

   Donc : $a = 2$, $c = -12$ *et* $b = -2$

   $f(x) = (x - 1)(2x^2 - 2x - 12)$

5. *Résoudre* $f(x) = 0$

   $f(x) = 0 \iff (x - 1)(2x^2 - 2x - 12) = 0 \iff x - 1 = 0$ *ou* $2x^2 - 2x - 12 = 0$

   $\Delta = 100$ *donc* $x_1 = \dfrac{2 - 10}{4} = -2$ *et* $x_2 = \dfrac{2 + 10}{4} = 3$

   Les solutions sont donc $x = 1$, $x = -2$ *ou* $x = 3$

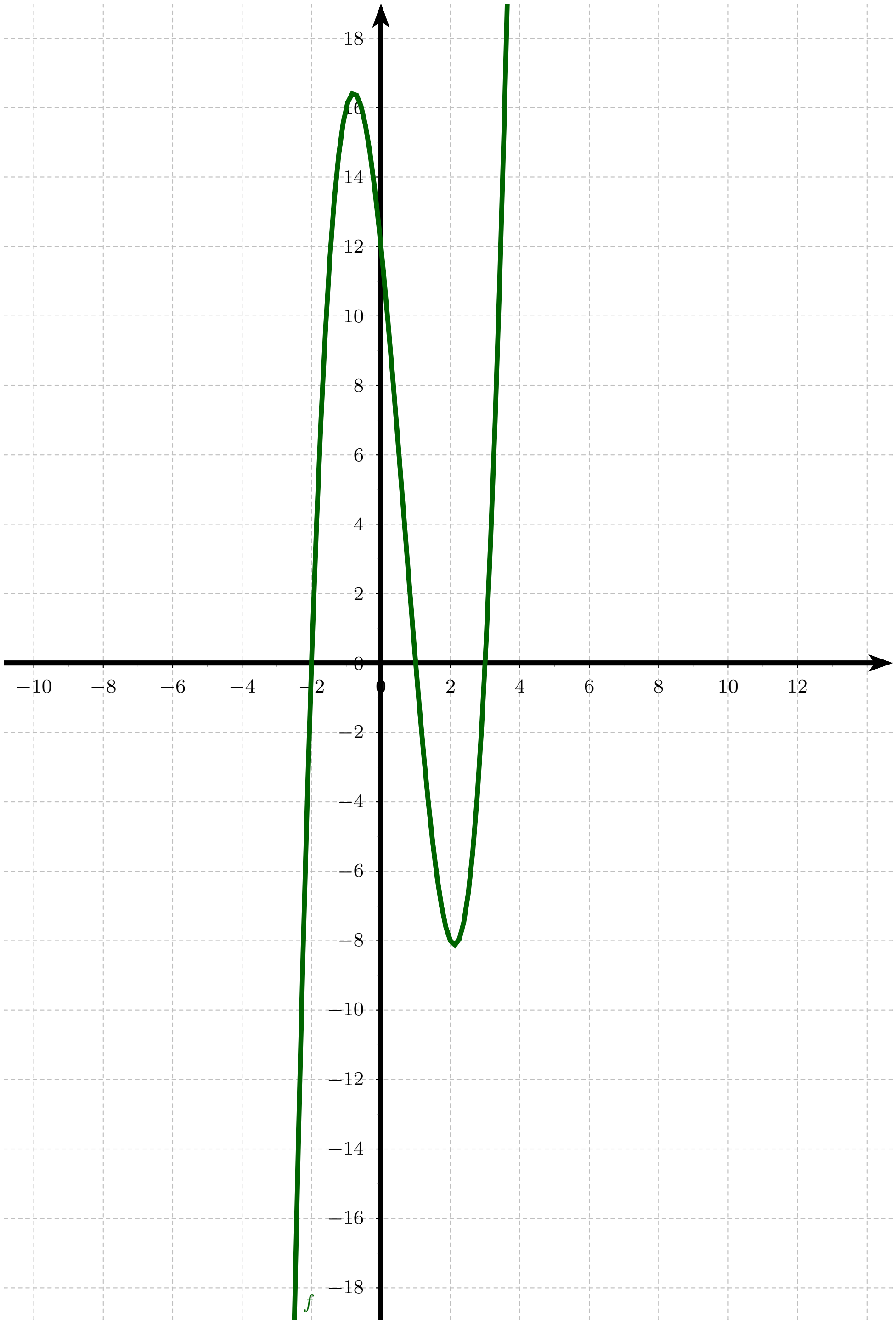
6. *Résoudre* $f(x) < 0$

   On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$x - 1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x^2 - 2x - 12$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

   $S =]-\infty; -2[\cup]1; 3[$

7. *Tracer la courbe de f*



Exercice 2 (10 points)

Deux amis Pierre et Jacques , décident de placer chacun 3000 euros sur un compte .

Pierre choisit un placement à 2% par an

Jacques préfère un placement qui rapporte 70 euros tous les ans .

On note u_n le montant de Pierre après n années . Donc $u_0 = 3000$

On note v_n le montant de Jacques après n années . Donc $v_0 = 3000$

1. *Calculer $u_1 = 3060$ et $v_1 = 3070$*

2. (a) *Exprimer* u_{n+1} *en fonction de* u_n
   $u_{n+1} = 1.02u_n$
   (b) *Déterminer la nature de la suite* (u_n) *et préciser ses éléments caractéristiques*
   C'est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 3000$ *et de raison* $q = 1,02$
   (c) *Exprimer* u_n *en fonction de n*
   $u_n = 3000 \times 1,02^n$
   (d) *Calculer* $u_{10} = 3656,98$

3. (a) *Exprimer* v_{n+1} *en fonction de* v_n
   $v_{n+1} = v_n + 70$
   (b) *Déterminer la nature de la suite* (v_n) *et préciser ses éléments caractéristiques*
   C'est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3000$ *et de raison* $r = 70$
   (c) *Exprimer* v_n *en fonction de n*
   $v_n = 3000 + 70n$
   (d) *Calculer* $v_{10} = 3700$

4. *Evaluer en fonction de n , quel est le placement le plus avantageux .*

   En utilisant la calculatrice , on constate que pour $n \leq 16$ *, c'est le placement de Jacques qui est le plus intéressant . Pour plus de 17 ans , c'est celui de Pierre .*