DS 2 spécialité maths première 11 octobre 2021

Exercice 1 (6 points)
Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ *par* $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$

1. *Résoudre* $f(x) = 0$

   $\Delta = 64$ *donc* $x_1 = \dfrac{4-8}{4} = -1$ *et* $x_2 = \dfrac{4+8}{4} = 3$

2. *Résoudre* $f(x) \leq 0$

   $S = [-1; 3]$

3. *Factoriser f(x)*

   $f(x) = 2(x-3)(x+1)$

4. *Déterminer le sommet de la parabole représentant f ainsi que l'équation de son axe de symétrie .*

   $S(\dfrac{4}{4}; f(1))$ *donc* $S(1; -8)$

   Axe de symétrie d'équation : $x = 1$

5. *Tracer la courbe de f*

Exercice 2 (6 points)

1. *Dériver :* $f(x) = x^4 - 5x^3 + 12x^2 - 7x$

   $f'(x) = 4x^3 - 15x^2 + 24x - 7$

2. *Dériver :* $f(x) = (2x-4)(4x+17)$

   $f'(x) = 2(4x+17) + 4(2x-4) = 16x + 26$

3. *Dériver :* $\dfrac{6}{-5x+9}$

   $f'(x) = \dfrac{30}{(-5x+9)^2}$

4. *Dériver :* $\sqrt{10x^2 - 6x + 4}$

   $f'(x) = \dfrac{10x-3}{\sqrt{10x^2 - 6x + 4}}$

5. *Dériver :* $\dfrac{3-x}{x+8}$

   $f'(x) = \dfrac{-(x+8) - (3-x)}{(x+8)^2} = -\dfrac{11}{(x+8)^2}$

Exercice 3 (8 points)
Soit la fonction f définie par $f(x) = -2x^3 + 9x^2 - x - 12$

1. *Déterminer la dérivée de f*

   $f'(x) = -6x^2 - 18x - 1$

2. *Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0*

   $y = -x - 12$

3. *Déterminer la position relative de la courbe de f avec cette tangente*

   On pose $g(x) = f(x) - (-x - 12) = -2x^3 + 9x^2 = x^2(-2x + 9)$

   g(x) est donc du signe de $-2x + 9$

   La courbe est donc au dessus de sa tangente sur $]-\infty; \frac{9}{2}[$ *et en dessous sur* $]\frac{9}{2}; +\infty[$

4. *Déterminer a , b et c réels tels que* $f(x) = (x + 1)(ax^2 + bx + c)$

   $ax^3 + (a + b)x^2 + (b + c)x + c = -2x^3 + 9x^2 - x - 12$

   Par identification : $a = -2$, $c = -12$ *et* $b = 11$ *d'où :* $f(x) = (x+1)(-2x^2 + 11x - 12)$

5. *Résoudre :* $f(x) = 0$

   $(x + 1)(-2x^2 + 11x - 12) = 0 \iff x = -1$ *ou* $-2x^2 + 11x - 12 = 0$

   $\Delta = 25$ *donc* $x_1 = 4$ *ou* $x_2 = \frac{3}{2}$

6. *Résoudre :* $f(x) \geq 0$

   On fait un tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		4		$+\infty$
$x + 1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$-2x^2 + 11x - 12$		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

   $S =]-\infty; -1] \cup [\frac{3}{2}; 4]$