DS 1 spécialité maths première 20 septembre 2021

Exercice 1 (5 points)

1. *Résoudre :* $x^2 + 3x - 10 = 0$

   $\Delta = 49$ *; l'équation admet donc deux solutions :* $x_1 = -5$ *et* $x_2 = 2$

2. *Résoudre :* $x^2 - 4x + 6 = 0$

   $\Delta = -8 < 0$ *, il n'y a pas de solution*

3. *Résoudre :* $x^2 - x - 2 \geq 0$

   $\Delta = 9$ *; les racines sont donc* $x_1 = 2$ *et* $x_2 = -1$ *. Le polynôme est positif à l'extérieur des racines donc la solution est :* $]-\infty; -1] \cup [2 : +\infty[$

4. *Résoudre :* $x^2 + x - 12 \leq 0$

   $\Delta = 49$ *, les deux racines sont donc* $x_1 = 3$ *et* $x_2 = -4$ *. Le polynôme est positif à l'extérieur des racines donc la solution est :* $|-4; 3]$

5. *Résoudre :* $\dfrac{x^2 + x - 2}{-x^2 + 2x + 3} \geq 0$

   On va déterminer les racines du numérateur :

   $\Delta = 9$ *donc les racines sont* $x_1 = 1$ *et* $x_2 = -2$

   Déterminons les racines du dénominateur :

   $\Delta = 16$ *donc les racines sont* $x_3 = 3$ *et* $x_4 = -1$

   Dressons maintenant un tableau de signes récapitulatif :

x	$-\infty$		-2		-1		1		3		$+\infty$
x^2+x-2		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x^2+2x+3$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
Quotient		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

   La solution est donc : $[-2; -1[\cup[1; 3[$

Exercice 2 (5 points)

1. *Factoriser :* $x^2 + 5x - 24$

   $\Delta = 121$ *donc les deux racines sont :* $x_1 = 3$ *et* $x_2 = -8$ *donc* $x^2+5x-24 = (x-3)(x+8)$

2. *Factoriser :* $2x^2 - 12x - 14$

   $\Delta = 256$ *donc les deux racines sont :* $x_1 = 7$ *et* $x_2 = -1$ *donc* $2x^2 - 12x - 14 = 2(x-7)(x+1)$

3. *Factoriser :* $-3x^2 - 6x + 24$

   $\Delta = 324$ *donc les deux racines sont :* $x_1 = -4$ *et* $x_2 = 2$ *donc* $-3x^2 - 6x + 24 = -3(x+4)(x-2)$

Exercice 3 (5 points)

1. *Mettre sous forme canonique :* $f(x) = 3x^2 - 6x - 2 = 3(x^2 - 2x) - 2 = 3(x-1)^2 - 5$
2. *Mettre sous forme canonique :* $g(x) = 7x^2 - 28x + 31 = 7(x^2 - 4x) + 31 = 7(x-2)^2 + 3$
3. *Mettre sous forme canonique :* $h(x) = 4x^2 + 8x - 4 = 4(x^2 + 2x) - 4 = 4(x+1)^2 - 8$

Exercice 4 (5 points)

1. *Déterminer a , b et c tels que :* $(x-1)(ax^2 + bx + c) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

   Procédons par identification :

   $(x-1)(ax^2 + bx + c) = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 \iff ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c = 2x^3 - 5x^2 + 4x - 1$

   On a donc : $a = 2$

   $b - a = -5$

   $c - b = 4$

   $c = 1$

   Conclusion : $a = 2$, $c = 1$ *et* $b = -3$

2. *Résoudre :* $2x^3 - 5x^2 + 4x - 1 \leq 0$

   Cela revient à résoudre : $(x-1)(2x^2 - 3x + 1) \leq 0$

   Déterminons les racines du polynôme du second degré :

   $\Delta = 1$ *donc les racines sont* $x_1 = 1$ *et* $x_2 = \frac{1}{2}$

   Dressons un tableau de signes :

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x^2 - 3x + 1$		$+$	0	$-$	0	$+$	
produit		$-$	0	$+$	0	$+$	

   La solution est donc : $]-\infty; \frac{1}{2}]$

3. *Résoudre :* $3x^3 - 15x^2 + 6x + 24 \geq 0$

   Commençons par factoriser l'expression . -1 est racine évidente . Donc on va factoriser par $x + 1$

   Par identification , on obtient : $3x^3 - 15x^2 + 6x + 24 = (x+1)(3x^2 - 18x + 24)$ *; les deux racines du polynôme du second degré sont 2 et 4 .*

   D'où le tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		2		4		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3x^2-18x+24$		$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
produit		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

La solution est donc : $[-1;2] \cup [4;+\infty[$